

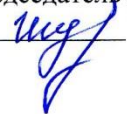
МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ


НЕФТЕЮГАНСКИЙ ИНДУСТРИАЛЬНЫЙ КОЛЛЕДЖ
(филиал) федерального государственного бюджетного образовательного
учреждения высшего образования «Югорский государственный университет»
(НИК (филиал) ФГБОУ ВО «ЮГУ»)

**Методические указания
по выполнению практических работ
ОУД.04 МАТЕМАТИКА**

08.02.09 Монтаж, наладка и эксплуатация электрооборудования
промышленных и гражданских зданий.

2020г.

СОГЛАСОВАНО:
Предметной (цикловой)
комиссией МиЕНД
Протокол № 1 от 10.09.2020г.
Председатель ПЦК

Ю.Г. Шумский

УТВЕРЖДЕНО:
заседанием методсовета
Протокол № 1 от 17.09 2020г.
Председатель методсовета

Н.И. Савватеева

Методические указания по выполнению практических работ разработаны в соответствии рабочей программой ОУД.04 МАТЕМАТИКА по специальности 08.02.09 Монтаж, наладка и эксплуатация электрооборудования промышленных и гражданских зданий.

Разработчик:



(подпись)

И.К. Аюпова

(инициалы, фамилия)

преподаватель

(занимаемая должность)

| СОДЕРЖАНИЕ | Стр. |
|---|-------------|
| 1. Пояснительная записка | 4 |
| 2. Требования по выполнению практических работ | 7 |
| 3. Критерии оценивания | 7 |
| 4. Перечень практических работ | 7 |
| Практическая работа № 1 | 9 |
| Округление и сравнение действительных чисел. Приближенные вычисления с помощью МК | |
| Практическая работа № 2 | 10 |
| Решение прикладных задач на проценты | |
| Практическая работа № 3 | 11 |
| Вычисление корней с натуральным показателем. Преобразование иррациональных выражений. | |
| Практическая работа № 4 | 12 |
| Вычисление степеней с рациональным показателем. Преобразование степенных выражений | |
| Практическая работа № 5 | 13 |
| Вычисление логарифмов числа | |
| Практическая работа № 6 | 14 |
| Преобразования логарифмических выражений | |
| Практическая работа № 7 | 15 |
| Измерение углов вращения в градусах и радианах. Значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса числа | |
| Практическая работа № 8 | 16 |
| Преобразование тригонометрических выражений с помощью формул приведения | |
| Практическая работа № 9 | 16 |
| Преобразования простейших тригонометрических выражений с помощью формул сложения, удвоения | |
| Практическая работа № 10 | 18 |
| Преобразования простейших тригонометрических выражений | |
| Практическая работа № 11 | 19 |
| Решение простейших тригонометрических уравнений | |
| Практическая работа № 12 | 20 |
| Решение простейших тригонометрических неравенств | |
| Практическая работа № 13 | 22 |
| Нахождение значения функции по заданному значению аргумента, области определения и области значения функции | |
| Практическая работа № 14 | 23 |
| Построение графиков функции. Определение основных свойств числовых функций | |
| Практическая работа № 15 | 26 |
| Построение графиков степенных функций, чтение свойств | |
| Практическая работа № 16 | 27 |
| Построение графиков показательных функций, чтение свойств | |
| Практическая работа № 17 | 28 |
| Построение графиков логарифмических функций, чтение свойств | |
| Практическая работа № 18 | 29 |
| Построение графиков тригонометрических функций, чтение свойств | |
| Практическая работа № 19 | 32 |
| Решение задач по комбинаторике | |
| Список литературы | 34 |

1. Пояснительная записка

Методические указания по выполнению практических работ по учебной дисциплине ОУД.04 МАТЕМАТИКА разработаны в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины и предназначены для приобретения необходимых практических навыков и закрепления теоретических знаний, полученных обучающимися при изучении учебной дисциплины, обобщения и систематизации знаний перед экзаменом.

Методические указания предназначены для обучающихся специальности 08.02.09 Монтаж, наладка и эксплуатация электрооборудования промышленных и гражданских зданий.

Учебная дисциплина ОУД.04 МАТЕМАТИКА относится к математическому и общему естественнонаучному циклу, изучается на 1 курсе и при ее изучении отводится значительное место выполнению практических работ.

Целью методических указаний является:

- организация самостоятельной работы обучающихся на практических занятиях;
- закрепление и углубление теоретических знаний;
- приобретение навыков работы с литературными источниками.

В методических указаниях представлен перечень практических работ с указанием номера темы, по которой данная работа выполняется и количество часов, отведенных на выполнение каждой работы.

Практические работы проводятся в соответствии с календарно-тематическим планированием по данной учебной дисциплине и выполняются во время практических занятий.

Практические работы проводятся обучающимися индивидуально в письменном виде.

Практические работы, невыполненные по причине пропусков занятий, выполняются обучающимся самостоятельно и сдаются на проверку преподавателю в установленные преподавателем сроки.

Результаты выполнения практических заданий выставляются преподавателем в журнал учебных занятий.

В дальнейшем, при изменении Федеральных государственных образовательных стандартов, в методические указания могут вноситься изменения.

Общие цели изучения математики традиционно реализуются в четырех направлениях:

- 1) общее представление об идеях и методах математики;
- 2) интеллектуальное развитие;
- 3) овладение необходимыми конкретными знаниями и умениями;
- 4) воспитательное воздействие.

Освоение содержания учебной дисциплины «Математика» обеспечивает достижение обучающимися следующих **результатов**:

личностных:

- сформированность представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;
- понимание значимости математики для научно-технического прогресса, сформированность отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей;
- развитие логического мышления, пространственного воображения, алгорит-

мической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;

- овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для освоения смежных естественно-научных дисциплин и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;
- готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;
- готовность и способность к самостоятельной творческой и ответственной деятельности;
- готовность к коллективной работе, сотрудничеству со сверстниками в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;
- отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;

метапредметных:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;
- умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;
- владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;
- владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;
- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;
- целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира;

предметных:

- сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке;

- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;
- владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;
- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;
- владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;
- сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;
- владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач.

Рабочая программа учебной дисциплины предусматривает проведение практических работ в объеме 38 часов в первом полугодии.

2. Требования по выполнению практических работ

Общие требования к оформлению практических работ:

- 1) практические работы выполняются в отдельной тетради; должен быть указан вариант, тема практической работы;
- 2) работа должна быть выполнена аккуратно, четким и разборчивым почерком;
- 3) все преобразования должны быть выполнены последовательно;
- 4) при выполнении чертежей должны быть указаны названия осей координат, единичные отрезки;
- 5) при решении задач сначала запишите формулу, потом вычисления.

Методические указания:

1. Повторить теоретический материал.
2. Разобрать примеры решения, рассмотренные на занятиях.
3. Выполнить задания в отдельной тетради для практических работ с подробными объяснениями.

3. Критерии оценивания

ответ оценивается отметкой «5», если:

- работа выполнена полностью;
- в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;
- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, которая не является следствием незнания или непонимания учебного материала).

отметка «4» ставится в следующих случаях:

- работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны;
- допущены одна ошибка или есть два – три недочёта в рисунках, чертежах или графиках.

отметка «3» ставится, если:

- допущено более одной ошибки или более двух – трех недочетов в чертежах или графиках, но обучающийся обладает обязательными умениями по проверяемой теме.

отметка «2» ставится, если:

- допущены существенные ошибки, показавшие, что обучающийся не обладает обязательными умениями по данной теме в полной мере.

4. Перечень практических занятий

| № | Тема занятия | Тема | Часы |
|----|--|------|------|
| 1. | Округление и сравнение действительных чисел. Приближенные вычисления с помощью МК. | 1 | 2 |
| 2. | Решение прикладных задач на проценты. | 1 | 2 |
| 3. | Вычисление корней с натуральным показателем. Преобразование иррациональных выражений. | 2 | 2 |
| 4. | Вычисление степеней с рациональным показателем. Преобразование степенных выражений. | 2 | 2 |
| 5. | Вычисление логарифмов числа. | 2 | 2 |
| 6. | Преобразования логарифмических выражений. | 2 | 2 |

| | | | |
|-----|---|-----|---|
| 7. | Измерение углов вращения в градусах и радианах. Значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса числа. | 3.1 | 2 |
| 8. | Преобразование тригонометрических выражений с помощью формул приведения. | 3.2 | 2 |
| 9. | Преобразования простейших тригонометрических выражений с помощью формул сложения, удвоения. | 3.2 | 2 |
| 10. | Преобразования простейших тригонометрических выражений | 3.2 | 2 |
| 11. | Решение простейших тригонометрических уравнений. | 3.3 | 2 |
| 12. | Решение простейших тригонометрических неравенств. | 3.3 | 2 |
| 13. | Нахождение значения функции по заданному значению аргумента, области определения и области значения функции | 4.1 | 2 |
| 14. | Построение графиков функции. Определение основных свойств числовых функций . | 4.1 | 2 |
| 15. | Построение графиков степенных функций, чтение свойств. | 4.2 | 2 |
| 16. | Построение графиков показательных функций, чтение свойств. | 4.2 | 2 |
| 17. | Построение графиков логарифмических функций, чтение свойств. | 4.2 | 2 |
| 18. | Построение графиков тригонометрических функций, чтение свойств. | 4.2 | 2 |
| 19. | Решение задач по комбинаторике. | 5.1 | 2 |

Практическая работа №1.

Округление и сравнение действительных чисел. Приближенные вычисления с помощью МК.

Цель: отработка умений выполнять вычисления с помощью микрокалькулятора, выполнять приближенные вычисления и находить погрешность вычислений.

Методические указания

Пример 1. $2x^2 + x - 3$, если $x = 0,2$;

Подставим значение x в выражение:

$$2x^2 + x - 3 = 2(0,2)^2 + 0,2 - 3 = 2(0,04) + 0,2 - 3 = 0,08 - 2,8 = -2,72.$$

Ответ: $-2,72$.

Пример 2. $5(x^2 + 9) - 8xy$, если $x = -0,1$; $y = 2$;

В данном примере необходимо подставить 2 значения неизвестных x и y :

$$5 \cdot (x^2 + 9) - 8xy = 5 \cdot ((-0,1)^2 + 9) - 8 \cdot (-0,1) \cdot 2 = 5 \cdot (0,01 + 9) + 1,6 = 5 \cdot 9,01 + 1,6 = 45,05 + 1,6 = 46,65.$$

Ответ: $46,65$.

Пример 3. Если a' приближенное значение величины a , то разность $\Delta = a - a'$ называется погрешностью приближения. (Δ – греческая буква; читается – дельта).

Например, если число $3,756$ заменить его приближенным значением $3,7$; то погрешность будет равна: $\Delta = 3,756 - 3,7 = -0,044$.

Абсолютной погрешностью приближения называется модуль разности между истинными значениями величины и ее приближенным значением. $|\Delta| = |a - a'|$. Где a – истинное, a' – приближенное значения для первого приближения: $|\Delta| = |-0,044|$, а для второго:

$$|\Delta| = |0,056| = 0,056.$$

Число a' называется приближенным значением числа a с точностью до ε , если абсолютная погрешность этого приближения меньше, чем ε : (ε – греческая буква; читается – эpsilon.)

$$|a - a'| < \varepsilon \text{ (граница относительной погрешности)}$$

Например, $3,6$ есть приближенное значения числа $3,671$ с точностью до $0,1$, поскольку $|3,671 - 3,6| = |0,071| = 0,071 < 0,1$.

Если $a' > a$, то a' называется приближенным значением числа a с недостатком.

Если же $a' < a$, то a' называется приближенным значением числа a с избытком.

Относительной погрешностью приближения называется отношение абсолютной погрешности к модулю приближенного значения величины. Чем меньше δ , тем выше качество измерений или вычислений.

$$\delta = \frac{|a - a'|}{a} = \frac{|\Delta a|}{a}, \text{ где } a - \text{ истинное значение, } a' - \text{ приближенное.}$$

Вариант 1

1. Найти значение выражения с помощью микрокалькулятора, округляя до тысячных:

1. $3x^2 - x + 6$, если $x = 0,4$;

2. $4x^2 - 2\sqrt{x} + 9$, если $x = 5,2$

3. $5(x^2 + 9) - 8xy$, если $x = -0,6$; $y = 5$

4. $\frac{3x - x^2}{x^3}$, если $x = 2,4$

5. $-x^2 + x + 8$, если $x = 0,3$

2. Приближенное значение числа $x=3,76$ равно $a=3,8$. Найти абсолютную погрешность приближения.

Вариант 2

1. Найти значение выражения с помощью микрокалькулятора, округляя до тысячных:

1. $-x^2 - 3x + 9$, если $x = 0,3$
2. $3x^2 - 3\sqrt{x} - 9$, если $x = 4,2$
3. $4(x^2 - 5) - 3xy$, если $x = -0,4$; $y = 7$
4. $-x^2 + 2x - 5$, если $x = 0,2$
5. $-x^2 + 2x - 5$, если $x = 0,2$

2. Приближенное значение числа $x=2,85$ равно $a=2,9$. Найти абсолютную погрешность приближения.

Практическая работа №2.

Решение прикладных задач на проценты.

Цель: повторить знания обучающихся в теме: «Проценты»; рассмотреть алгоритмы решения базовых задач на проценты.

Методические указания

1) Предприятие изготовило за квартал 500 насосов, из которых 60 % имели высшую категорию качества. Сколько насосов высшей категории качества изготовило предприятие?

Решение:

Найдем 60 % от 500 (общее количество насосов).

$$60 \% = 0,6$$

$$500 \cdot 0,6 = 300 \text{ насосов высшей категории качества.}$$

Ответ: 300 насосов высшей категории качества.

2) Электрик вкрутил 138 лампочек, что составляет 23 % числа всех лампочек в здании. Сколько лампочек в здании?

Решение:

Итак, нам неизвестно сколько всего лампочек в здании. Но мы знаем, что часть, которую вкрутил электрик (138 штук) составляет 23 % от общего количества. Так как 138 лампочек - это всего лишь часть, само количество, естественно, будет больше 138.

$$138: 23\% = 138: 0,23 = (138 \cdot 100): 23 = 600$$

Проверка: $600 > 138$ (это означает, что 138 является частью 600).

Ответ: 600 штук - общее количество лампочек в здании.

3) Из общего количества деталей 16 оказались нестандартными. Сколько процентов всех деталей составили нестандартные?

Решение:

О чем спрашивают? О нестандартных деталях. Значит, 16 делим на общее количество деталей и умножаем на 100 %.

$$(16 : 200) \cdot 100\% = \frac{16}{200} \cdot 100\% = \frac{2}{25} \cdot 100\% = \frac{200\%}{25} = 8\%$$

Ответ: 8 % - составляют нестандартные от всех деталей.

Вариант 1

1. Найдите 20% от 600 рублей. , 5% от 900 рублей.
2. Известно, что 3% некоторой суммы денег составляют 18 рублей. Какова вся сумма?
3. Продавец продал 20% имеющихся для продажи яблок, что составило 40кг. Сколько всего килограммов яблок было в продаже?
4. Всего у Вани было 60 марок. Ваня в первый день подарил 5% марок своему другу Коле. Сколько марок он подарил другу и сколько марок у него осталось?

Вариант 2

1. Найдите 25% от 900 рублей , 2% от 600 рублей.
2. Известно , что 2%инекоторой суммы денег составляют 18 рублей. Какова вся сумма?
3. Продавец продал 25% имеющихся в продаже груш, что составило 50 кг. Сколько всего кг яблок было в продаже?
4. Всего тракторист должен был вспахать 120 га, в первый день он вспахал 15% всего количества. Сколько га ему осталось вспахать?

Практическая работа №3.

Вычисление корней с натуральным показателем. Преобразование иррациональных выражений.

Цель: сформировать умение выполнять тождественные преобразования над выражениями, содержащими корни и вычислять значений их выражений.

Методические указания

- 1) Вычислить
 - а) $\sqrt[3]{8} = 2$, т.к. $2^3 = 8$, б) $\sqrt[4]{625} = 5$, т.к. $5^4 = 625$.
- 2) Вынести множитель из под корня:
 - а) $\sqrt[4]{16a} = \sqrt[4]{2^4 a} = \sqrt[4]{2^4} \cdot \sqrt[4]{a} = 2\sqrt[4]{a}$; б) $\sqrt[3]{2a^3b^4} = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{a^3} \cdot \sqrt[3]{b^3b} = ab\sqrt[3]{2b}$.
- 3) Внести множитель под корень:
 - а) $a\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2a^3}$; б) $3\sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{2 \cdot 3^4} = \sqrt[4]{162}$; в) $x^2 \cdot \sqrt[5]{x} = \sqrt[5]{x^{10} \cdot x} = \sqrt[5]{x^{11}}$.
- 4) Упростить выражение:
 - а) $(\sqrt[4]{a} + 1)^2 = \sqrt[4]{a^2} + 2\sqrt[4]{a} + 1 = \sqrt{a} + 2\sqrt[4]{a} + 1$
 - б) $\sqrt[3]{3}(\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{2}) = \sqrt[3]{27} - \sqrt[3]{6}$
 - в) $\sqrt[3]{\sqrt{8}} = \sqrt[6]{2^3} = \sqrt{2}$; г) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{a}} = \sqrt[12]{a}$; д) $\sqrt[4]{a^8} = a^2$; е) $\sqrt[6]{4} = \sqrt[6]{2^2} = \sqrt[3]{2}$

Вариант 1

1. Вычислите:
 $\sqrt[3]{216}$; $\sqrt[4]{81}$; $\sqrt[5]{1024}$; $\sqrt[6]{64}$
2. Найдите значение числового выражения:
 $\sqrt[3]{75 \cdot 45}$; $\sqrt[4]{0,0001 \cdot 16}$; $\sqrt[3]{-25 \cdot \sqrt[6]{25}}$
3. Найдите значение выражения:

$$81^{-0,75} + \left(\frac{1}{125}\right)^{\frac{-1}{3}} - \left(\frac{1}{32}\right)^{\frac{-3}{5}}$$

Вариант 2

1. Вычислите:

$$\sqrt[3]{125}; \sqrt[4]{16}; \sqrt[5]{243}; \sqrt[6]{729}$$

2. Найдите значение числового выражения:

$$\sqrt[4]{48 \cdot 27}; \sqrt[5]{160 \cdot 625}; \sqrt[7]{16 \cdot \sqrt{-8}}$$

3. Найдите значение выражения:

$$27^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} - 25^{0,5}$$

Практическая работа №4.

Вычисление степеней с рациональным показателем. Преобразование степенных выражений.

Цель: сформировать умение выполнения тождественных преобразований над степенными выражениями.

Методические указания

$$1) 9^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{9^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{9^3}} = \frac{1}{\sqrt{729}} = \frac{1}{\sqrt{27^2}} = \frac{1}{27};$$

$$2) \sqrt{\sqrt[3]{64}} = \sqrt[6]{64} = \sqrt[6]{2^6} = 2.$$

$$3) \sqrt[2]{x} = \sqrt{x}; \sqrt{4} = 2;$$

$$4) \sqrt[4]{-16} - \text{не существует};$$

$$5) \sqrt{\sqrt[3]{64}} = \sqrt[6]{64} = \sqrt[6]{2^6} = 2.$$

Вариант 1

1. Вычислите:

$$\text{а) } 3 \cdot 16^{\frac{1}{2}}; \quad \text{б) } 27^{-\frac{1}{3}}; \quad \text{в) } \frac{(3^{-2})^3 \cdot 27^2}{9^{\frac{1}{2}}};$$

$$\text{г) } 5 \cdot 16^{\frac{1}{4}} - 0,2 \cdot (-0,027)^{\frac{1}{3}} + \sqrt[5]{1}.$$

2. Упростите выражение:

$$\text{а) } a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{-\frac{1}{4}}; \quad \text{б) } \frac{x^{\frac{3}{4}} \cdot x^{\frac{1}{2}}}{x^4}; \quad \text{в) } \left(c^{\frac{2}{3}}\right)^3 \cdot c^{-\frac{3}{2}};$$

$$\text{г) } \left(81m^{-4}\right)^{\frac{3}{4}}; \quad \text{д) } \frac{d^{5,2} \cdot d^{-4,8}}{d^{2,3} \cdot d^{-2,7}}.$$

3. Представьте выражение $y^{\frac{5}{3}} \cdot \sqrt[3]{y^{-1}}$ в виде степени и найдите его значение при $y = 8$.

4. Сократите дробь: а) $\frac{n - 6n^{\frac{1}{2}}}{n^{\frac{1}{2}} - 6}$; б) $\frac{a^{\frac{1}{2}} - 4}{a - 16}$.

Вариант 2

1. Вычислите:

а) $5 \cdot 9^{\frac{1}{2}}$; б) $125^{-\frac{2}{3}}$; в) $\frac{(2^{-2})^4 \cdot 16^2}{64^{\frac{1}{2}}}$;

г) $3 \cdot (-27)^{\frac{1}{3}} - 0,1 \cdot 81^{\frac{3}{4}} + \sqrt[8]{1}$.

2. Упростите выражение:

а) $b^{\frac{1}{3}} \cdot b^{-\frac{1}{4}}$; б) $\frac{y^{\frac{2}{3}} \cdot y^{-1}}{y^{\frac{1}{3}}}$; в) $(a^{\frac{3}{4}})^4 \cdot a^{-\frac{3}{2}}$;

г) $(27n^{-3})^{\frac{1}{3}}$; д) $\frac{a^{3,2} \cdot a^{-2,8}}{a^{-2,6} \cdot a^{-2}}$.

3. Представьте выражение $x^4 \cdot \sqrt[4]{x^1}$ в виде степени и найдите его значение при $x = 0,5$.

4. Сократите дробь: а) $\frac{a^{\frac{1}{2}} + 3}{a + 3a^{\frac{1}{2}}}$; б) $\frac{b - 9}{b^{\frac{1}{2}} + 3}$.

Практическая работа №5.

Вычисление логарифмов числа.

Цель: сформировать умение вычислять логарифмы, применять свойства логарифмов.

Методические указания

Примеры.

1. Вычислить:

1) $\log_2 8 = \log_2 2^3 = 3$,

7) $\log_6 12 + \log_6 3 = \log_6 36 = \log_6 6^2 = 2$

6) $\log_2 \frac{1}{4} = \log_2 2^{-2} = -2$,

8) $\log_3 12 + \log_6 4 = \log_3 3 = 1$

7) $\log_4 2 = \log_{2^2} 2 = \frac{1}{2}$,

9) $4^{\log_4 6} = 6$

4) $\log_4 8 = \log_{2^2} 2^3 = \frac{3}{2}$,

10) $5^{\log_5 6+2} = 5^{\log_5 6} \cdot 5^2 = 6 \cdot 25 = 150$

$$5) \log_2 \sqrt[3]{2} = \log_2 2^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3},$$

$$11) 9^{\log_3 5} = (3^{\log_3 5})^2 = 5^2 = 25$$

2. Привести логарифм к основанию 2

$$\log_5 8 = \frac{\log_2 8}{\log_2 5} = \frac{3}{\log_2 5}$$

Вариант 1

1. Найдите x :

$$\begin{aligned} \log_3 x = -2; & \quad \log_{36} x = \frac{1}{2}; & \quad \log_3 x = 3; \\ \log_{64} 4 = x; & \quad \log_3 \frac{1}{27} = x; & \quad \log_2 16 = x; \\ \log_x 16 = 2; & \quad \log_x \frac{1}{8} = -3; & \quad \log_x 5 = \frac{1}{3}. \end{aligned}$$

2. Привести логарифм к новому основанию:

- 1) $\log_{32} 9$ к 2;
- 2) $\log_{1000} 25$ к 10

Вариант 2

1. Найдите x :

$$\begin{aligned} \log_2 x = -3; & \quad \log_{49} x = \frac{1}{2}; & \quad \log_2 x = 3; \\ \log_{625} 5 = x; & \quad \log_2 \frac{1}{32} = x; & \quad \log_3 27 = x; \\ \log_x 25 = 2; & \quad \log_x \frac{1}{27} = -3; & \quad \log_x 4 = \frac{1}{3}. \end{aligned}$$

2. Привести логарифм к новому основанию:

- 1) $\log_{125} 9$ к 5;
- 2) $\log_{125} 9$ к 11.

Практическая работа №6.

Преобразования логарифмических выражений.

Цель: Сформировать умение вычислять логарифмы, применять свойства логарифмов при выполнении тождественных преобразований и вычислении логарифмических выражений.

Методические указания

Пример 1. Решить уравнение:

$$\log_2 (3x - 1) = 3, \text{ запишем число } 3 \text{ в виде логарифма по основанию } 2.$$

$$\log_2 (3x - 1) = \log_2 2^3, \text{ опускаем логарифмы по основанию } 2.$$

$$3x - 1 = 8, \quad 3x = 9, \quad x = 3.$$

Проверка: $\log_2 (3 \cdot 3 - 1) = \log_2 8 = 3, \quad 3 = 3$. Верно, значит, число 3 является корнем уравнения.

Пример 2. $\log_3 4 + \log_3 x = 1$, применим свойство логарифмов и представим 1 в виде логарифма по основанию 3. $\log_3 4x = \log_3 3$, опускаем логарифмы по основанию 3.

$$\text{Получим } 4x = 3, \quad x = 3/4.$$

Вариант 1

1. Найдите значение выражения $\log_2 14,4 - \log_2 0,9$.

2. Найдите значение выражения $\log_{\frac{1}{\sqrt{6}}} 4 + \log_{\frac{1}{\sqrt{6}}} 9$.

3. Найдите значение выражения $27^{\log_3 0,2}$.
4. Найдите значение выражения $\log_{0,5} \log_3 81$.
5. Вычислите $5^{\log_{15} 4} \cdot 3^{\log_{15} 4} + \log_9 64 \cdot \log_4 9$.

Вариант 2

1. Найдите значение выражения $\log_2 240 - \log_2 7,5$.
2. Найдите значение выражения $lg \frac{1}{80} + lg \frac{1}{1250}$.
3. Найдите значение выражения $3^{2+\log_9 25}$.
4. Найдите значение выражения $12 \cdot 17^{-\log_{17} 15}$.
5. Вычислите $4^{\log_{12} 2} \cdot 3^{\log_{12} 2} + \log_2 125 \cdot \log_5 2$.

Практическая работа №7.

Измерение углов вращения в градусах и радианах. Значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса числа.

Цель: сформировать умение переводить из градусной меры в радианную, и наоборот.

Методические указания

Формула перевода радианов в градусы

$$x \text{ рад} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot x$$

Чтобы перевести угол из радианов в градусы, нужно значение угла в радианах умножить на 180 и разделить на пи.

Формула перевода из градусов в радианы

$$y^\circ = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot y \text{ рад}$$

Пример 1. Перевести угол из радианной системы измерений в градусную.

$$\frac{\pi}{3} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{\pi}{3} = 60^\circ$$

Пример 2. Перевести угол из градусной системы измерения в радианную.

$$30^\circ = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot 30^\circ = \frac{\pi}{6}$$

Вариант 1

1. Переведите в радианную меру углы:

- 1) 60°
- 2) 145°
- 3) 240°

2. Переведите в градусную меру углы:

- 1) $\frac{2\pi}{5}$ рад
- 2) $\frac{8\pi}{3}$ рад
- 3) $\frac{20\pi}{15}$ рад

Вариант 2

1. Переведите в радианную меру углы:

- 1) 320°

- 2) 105°
 3) 40°
 2. Переведите в градусную меру углы:

- 1) $\frac{9\pi}{4}$ рад
 2) $\frac{5\pi}{6}$ рад
 3) $\frac{20\pi}{13}$ рад

Практическая работа №8.

Преобразование тригонометрических выражений с помощью формул приведения.

Цель: сформировать умение преобразования тригонометрических выражений с помощью формул приведения.

Методические указания “Формулы приведения”

| Функции | $\frac{\pi}{2} - \alpha$ ($90^\circ - \alpha$) | $\frac{\pi}{2} + \alpha$ ($90^\circ + \alpha$) | $\pi - \alpha$ ($180^\circ - \alpha$) | $\pi + \alpha$ ($180^\circ + \alpha$) | $\frac{3\pi}{2} - \alpha$ ($270^\circ - \alpha$) | $\frac{3\pi}{2} + \alpha$ ($270^\circ + \alpha$) | $2\pi - \alpha$ ($360^\circ - \alpha$) | $2\pi + \alpha$ ($360^\circ + \alpha$) |
|-----------------------------|---|---|--|--|---|---|---|---|
| $\sin \alpha$ | $\cos \alpha$ | $\cos \alpha$ | $\sin \alpha$ | $-\sin \alpha$ | $-\cos \alpha$ | $-\cos \alpha$ | $-\sin \alpha$ | $\sin \alpha$ |
| $\cos \alpha$ | $\sin \alpha$ | $-\sin \alpha$ | $-\cos \alpha$ | $-\cos \alpha$ | $-\sin \alpha$ | $\sin \alpha$ | $\cos \alpha$ | $\cos \alpha$ |
| $\operatorname{tg} \alpha$ | $\operatorname{ctg} \alpha$ | $-\operatorname{ctg} \alpha$ | $-\operatorname{tg} \alpha$ | $\operatorname{tg} \alpha$ | $\operatorname{ctg} \alpha$ | $-\operatorname{ctg} \alpha$ | $-\operatorname{tg} \alpha$ | $\operatorname{tg} \alpha$ |
| $\operatorname{ctg} \alpha$ | $\operatorname{tg} \alpha$ | $-\operatorname{tg} \alpha$ | $-\operatorname{ctg} \alpha$ | $\operatorname{ctg} \alpha$ | $\operatorname{tg} \alpha$ | $-\operatorname{tg} \alpha$ | $-\operatorname{ctg} \alpha$ | $\operatorname{ctg} \alpha$ |

$$\sin 120^\circ = \sin(90^\circ + 30^\circ) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + 30^\circ\right) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 120^\circ = \cos(90^\circ + 30^\circ) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + 30^\circ\right) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\operatorname{tg} 120^\circ = \operatorname{tg}(90^\circ + 30^\circ) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + 30^\circ\right) = -\operatorname{ctg} 30^\circ = -\sqrt{3}$$

$$\operatorname{ctg} 120^\circ = \operatorname{ctg}(90^\circ + 30^\circ) = \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + 30^\circ\right) = -\operatorname{tg} 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

Вариант 1

1. Вычислите:

а) $\sin(\pi - 30^\circ)$

б) $\cos(2\pi + 45^\circ)$

2. Вычислите используя формулы приведения: $\sin 300^\circ$, $\cos 90^\circ$, $\operatorname{tg} 330^\circ$, $\operatorname{ctg} 120^\circ$

Вариант 2

1. Вычислите:

а) $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - 30^\circ\right)$

б) $\cos(\pi - 45^\circ)$

2. Вычислите используя формулы приведения: $\sin 240^\circ$, $\cos 210^\circ$, $\operatorname{tg} 360^\circ$, $\operatorname{ctg} 180^\circ$

Практическая работа №9.

Преобразования простейших тригонометрических выражений с помощью формул сложения, удвоения.

Цель: сформировать умение преобразования тригонометрических выражений с помощью формул сложения и удвоения.

Методические указания

Формулы сложения

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

Формулы двойного аргумента

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

Примеры. Преобразовать выражение:

1) $\sin\left(\frac{\pi}{7} - \alpha\right) = \sin \frac{\pi}{7} \cos \alpha - \cos \frac{\pi}{7} \sin \alpha$;

2) $\cos 23^\circ \cos 22^\circ - \sin 23^\circ \sin 22^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

3) $\sin 90x = 2 \sin 45x \cos 45x$;

4) $\cos^2 13y - \sin^2 13y = \cos 26y$;

5)

$$\sin 87^\circ \pm \sin 33^\circ = 2 \sin \frac{87^\circ + 33^\circ}{2} \cos \frac{87^\circ - 33^\circ}{2} = 2 \sin 60^\circ \cos 27^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 27^\circ = \sqrt{3} \cos 27^\circ$$
;

Вариант 1

Вычислить:

1. $\sin 15^\circ$

2. $\sin 50^\circ \cos 5^\circ - \cos 50^\circ \sin 5^\circ$

3. $2 \sin 30^\circ \cos 30^\circ$

4. $\cos^2 30^\circ - \sin^2 30^\circ$

5. $\sin 74^\circ$;

6. $\cos 136^\circ$;

7. $\operatorname{tg} 12^\circ$;

8. $2 \sin 30^\circ \cos 30^\circ$

9. $\cos^2 70^\circ - \sin^2 70^\circ$

Вариант 2

Вычислить:

1. $\cos 225^\circ$

2. $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - 30^\circ\right)$

3. $\cos(\pi - 45^\circ)$

4. $\cos 78^\circ \cos 12^\circ - \sin 78^\circ \sin 12^\circ$

5. $\sin 64^\circ$;

6. $\cos 126^{\circ}$;
7. $\operatorname{tg} 22^{\circ}$;
8. $2\sin 46^{\circ} \cos 46^{\circ}$
9. $\cos^2 45^{\circ} - \sin^2 45^{\circ}$

Практическая работа №10.

Преобразования простейших тригонометрических выражений.

Цель: сформировать умение преобразования тригонометрических выражений.

Методические указания

Примеры. Преобразовать выражение:

$$1) \sin\left(\frac{\pi}{7} - \alpha\right) = \sin \frac{\pi}{7} \cos \alpha - \cos \frac{\pi}{7} \sin \alpha ;$$

$$2) \cos 23^{\circ} \cos 22^{\circ} - \sin 23^{\circ} \sin 22^{\circ} = \cos 45^{\circ} = \frac{\sqrt{2}}{2} ;$$

$$3) \sin 90x = 2 \sin 45x \cos 45x ;$$

$$4) \cos^2 13y - \sin^2 13y = \cos 26y ;$$

5)

$$\sin 87^{\circ} \pm \sin 33^{\circ} = 2 \sin \frac{87^{\circ} + 33^{\circ}}{2} \cos \frac{87^{\circ} - 33^{\circ}}{2} = 2 \sin 60^{\circ} \cos 27^{\circ} = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 27^{\circ} = \sqrt{3} \cos 27^{\circ} ;$$

$$6) \cos^2 3x = \frac{1 + \cos 6x}{2} ;$$

$$7) \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha ;$$

$$8) \operatorname{tg}(\pi - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha ;$$

$$9) \operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\operatorname{tg} \alpha ;$$

$$10) \cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha .$$

Вариант 1

1. Выразите в радианной мере величины углов:

а) 64° ; б) 160°

2. Выразите в градусной мере величины углов:

а) $\frac{3\pi}{5}$; б) $1\frac{3}{4}\pi$

3. Вычислите:

а) $2\sin 30^{\circ} - \operatorname{tg} 45^{\circ} + \operatorname{ctg} 30^{\circ}$

б) $\sqrt{3} \sin \frac{\pi}{3} - 2 \cos \frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2} \operatorname{tg} \frac{\pi}{3}$

Вариант 2

1. Выразите в радианной мере величины углов:

а) 56° ; б) 170°

2. Выразите в градусной мере величины углов:

а) $\frac{5\pi}{6}$; б) $2\frac{1}{6}\pi$

3. Вычислите:

а) $\operatorname{tg} 60^{\circ} + 2 \cos 45^{\circ} - \sqrt{3} \operatorname{ctg} 45^{\circ}$

$$б) 2\cos\frac{\pi}{3} + 2\sin\frac{\pi}{6} - 2\sin\frac{\pi}{4}$$

Практическая работа №11.

Решение простейших тригонометрических уравнений.

Цель: сформировать навыки решения простейших тригонометрических уравнений.

Методические указания

Пример 1. Решить уравнение $2\cos^2 x + \sin x - 1 = 0$.

Применим основное тригонометрическое тождество $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$

$$2(1 - \sin^2 x) + \sin x - 1 = 0, \quad 2 - 2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0,$$

$-2\sin^2 x + \sin x + 1 = 0$. Получили уравнение с одной функцией одного и того же аргумента $\sin x$. Замена $\boxed{\sin x = t}$. $-2t^2 + t + 1 = 0$.

Решим квадратное уравнение: $D = 9$, $t_1 = 1$, $t_2 = -\frac{1}{2}$.

Обратная замена $\sin x = 1$, $\sin x = -\frac{1}{2}$.

Решим простейшее уравнение $\sin x = 1$, это частный случай, $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in Z$.

Решим простейшее уравнение $\sin x = -\frac{1}{2}$, это общий случай.

$$x = (-1)^n \cdot \left(-\frac{\pi}{6}\right) + \pi n, \quad n \in Z, \quad x = (-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n, \quad n \in Z.$$

Ответ: $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in Z$, $x = (-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n$, $n \in Z$.

Однородные тригонометрические уравнения первой степени

Имеют вид $\boxed{a \sin x + b \cos x = 0}$

Пример 2. Решить уравнение $\sin x + 2\cos x = 0$. Разделим уравнение на $\cos x \neq 0$.

$\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{2\cos x}{\cos x} = 0$. Получим $\operatorname{tg}x + 2 = 0$ это простейшее тригонометрическое уравнение.

$$x = \operatorname{arctg}2 + \pi k, \quad k \in Z.$$

Однородные тригонометрические уравнения второй степени

Имеют вид $\boxed{a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0}$

Пример 3. Решить уравнение $\sin^2 x - 3\sin x \cos x + 2\cos^2 x = 0$.

Разделим уравнение на $\cos^2 x \neq 0$, $\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \frac{3\sin x \cos x}{\cos^2 x} + \frac{2\cos^2 x}{\cos^2 x} = 0$.

Получим $\operatorname{tg}^2 x - 3\operatorname{tg}x + 2 = 0$. Замена $\operatorname{tg}x = t$.

$t^2 - 3t + 2 = 0$. Решим уравнение, получим $t_1 = 2$, $t_2 = 1$.

Обратная замена $\operatorname{tg}x = 2$, $\operatorname{tg}x = 1$. Это простейшие уравнения.

$$x = \operatorname{arctg}2 + \pi k, \quad k \in Z, \quad = \frac{\pi}{4} + \pi n, \quad n \in Z$$

Вариант 1

Решить уравнение:

- 1) $\cos x = \frac{1}{2}$;
- 2) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$;
- 3) $\sin 4x = \frac{\sqrt{3}}{2}$;
- 4) $\cos \frac{x}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$;
- 5) $\cos \frac{x}{3} = -\frac{1}{2}$;
- 6) $\sin 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$;
- 7) $\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{3}}{3}$;
- 8) $\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$;
- 9) $\operatorname{tg} x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$;
- 10) $\cos 5x = 3$;

Вариант 2

Решить уравнение:

- 1) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$;
- 2) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$;
- 3) $\cos 3x = \frac{\sqrt{3}}{2}$;
- 4) $\cos \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$;
- 5) $\sin \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$;
- 6) $\sin 3x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$;
- 7) $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$;
- 8) $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$;
- 9) $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$;
- 10) $\cos 2x = 1,5$

Практическая работа №12.

Решение простейших тригонометрических неравенств.

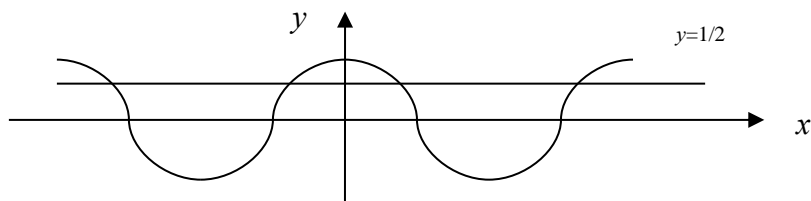
Цель: сформировать навыки решения простейших тригонометрических уравнений.

Методические указания

Тригонометрические неравенства решаются графическим способом.

Пример 1. Решить неравенство $\cos x > \frac{1}{2}$.

В одной системе координат построим графики функций $y = \cos x$ и $y = \frac{1}{2}$. Найдем промежутки, на которых график функции $y = \cos x$ выше графика функции $y = \frac{1}{2}$.



Найдем точки пересечения графиков функций $\cos x = \frac{1}{2}$, $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in Z$

$$x = \frac{\pi}{3}, x = -\frac{\pi}{3}, x = \frac{\pi}{3} + 2\pi, x = -\frac{\pi}{3} - 2\pi.$$

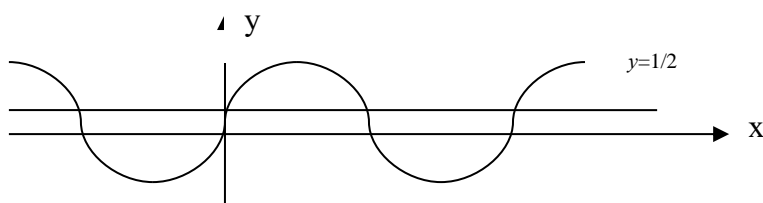
Выберем промежутки, на которых график функции $y = \cos x$ выше графика функции $y = \frac{1}{2}$

$$-\frac{\pi}{3} + 2\pi k < x < \frac{\pi}{3} + 2\pi k$$

Пример 2. Решить неравенство $\sin 2x < \frac{1}{2}$. В одной системе координат построим графики

функций $y = \sin x$ и $y = \frac{1}{2}$. Найдем промежутки, на которых график функции $y = \sin x$

ниже графика функции $y = \frac{1}{2}$.



Найдем точки пересечения графиков функций $\sin x = \frac{1}{2}$, $x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k$, $k \in Z$

$$\text{если } k = 0, \text{ то } x = \frac{\pi}{6}, \text{ если } k = 1, \text{ то } x = -\frac{\pi}{6} + \pi = \frac{5\pi}{6}, \text{ если } k = -1, \text{ то } x = -\frac{\pi}{6} - \pi = -\frac{7\pi}{6},$$

$$\text{если } k = 2, \text{ то } x = \frac{\pi}{6} + 2\pi, \text{ если } k = -2, \text{ то } x = -\frac{\pi}{6} - 2\pi$$

Выберем промежутки, на которых график функции $y = \sin x$ ниже графика функции $y = \frac{1}{2}$.

Запишем решение в виде $-\frac{7\pi}{12} + 2\pi k < x < \frac{\pi}{12} + 2\pi k$, $k \in Z$. Разделим каждую часть неравенства на 2. Получим $-\frac{7\pi}{12} + \pi k < 2x < \frac{\pi}{6} + \pi k$, $k \in Z$.

Вариант 1

Решите неравенства:

1. $\operatorname{tg} x \geq -1$

2. $1 - 2 \cos \frac{x}{2} > 0$

3. $2 \sin x \geq 1$

4. $\cos \left(4x + \frac{\pi}{4} \right) > -\frac{\sqrt{2}}{2}$

5. $\sin \left(\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{12} \right) < \frac{\sqrt{2}}{2}$

6. $\cos \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6} \right) \geq \frac{1}{4}$

Вариант 2

Решите неравенства:

1. $\operatorname{tg} x \leq \sqrt{3}$

2. $-\sqrt{3} - 2 \sin 3x < 0$

3. $2 \cos x < \sqrt{2}$

4. $\sin \left(3x - \frac{\pi}{3} \right) \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. $\cos \left(x + \frac{1}{4} \right) \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$

6. $\sin \left(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{3} \right) > \frac{1}{3}$

Практическая работа №13.

Нахождение значения функции по заданному значению аргумента, области определения и области значения функции.

Цель: применять на практике основополагающие понятия по теме «Функции и их свойства»; напомнить школьный материал и систематизировать его.

Методические указания

Определение. *Областью определения* функции называются все допустимые значения переменной x (множество X). Обозначается $D(f)$.

Правила нахождения области определения функции

Смотрим на действия, которые выполняются над переменной x .

- Если функция задана формулой, в которой нет деления на переменную и под арифметическим квадратным корнем нет переменной, то область определения все действительные числа.

Пример 1. $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$. $D(f) = \mathbb{R}$.

- Если в формуле есть деление на переменную, то выписываем знаменатель и приравниваем его к нулю. Областью определения будут все числа, кроме найденных корней уравнения.

Пример 2. $y = \frac{2-x}{3x-x^2}$, $3x-x^2 = 0$, $x(3-x) = 0$, $x = 0$, или $3-x = 0$, $x = 0, x = 3$.

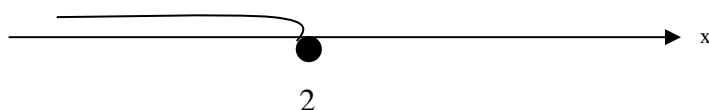
$D(f) = \mathbb{R}$, кроме 0 и 3.

- Если в формуле есть переменная под знаком арифметического квадратного корня, то выписываем подкоренное выражение. Оно должно быть неотрицательным. Решаем неравенство. Областью определения будет решение неравенства.

Пример 3. $y = \sqrt{2-x}$,

$2-x \geq 0$. Это линейное неравенство, решаем его переносом слагаемых. $-x \geq -2$, $x \leq 2$.

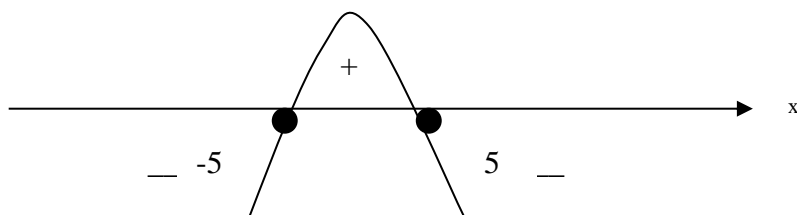
Строим чертеж



$D(f) = (-\infty; 2]$

Пример 4. $y = \sqrt{25-x^2}$. Выписываем подкоренное выражение $25-x^2 \geq 0$. Решаем квадратное неравенство. Сначала решим уравнение $25-x^2 = 0$, $x = \pm 5$. Строим на чертеже параболу, ветви которой направлены вниз.

$$25-x^2 \geq 0 \quad 25-x^2 \geq 0$$



$D(f) = [-5; 5]$

Вариант 1

Найти область определения функции:

а) $y = \sqrt{1-x^2}$, б) $y = \sqrt{\sin^2 x + 4 \sin x + 6}$, в) $y = \frac{x^2-1}{x^2+1}$.

Вариант 2

Найти область определения функции:

а) $y = x^2 + 2x$, б) $y = \frac{1}{x^2+1}$, в) $y = \frac{x-1}{x^2+1}$

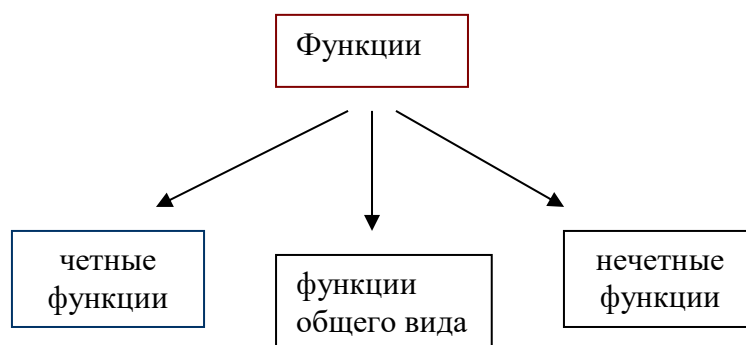
Практическая работа №14.

Построение графиков функции. Определение основных свойств числовых функций.

Цель: применять на практике основополагающие понятия по теме «Функции и их свойства».

Методические указания

Свойство чётности и нечётности



Определение. Функция $f(x)$ называется *чётной*, если её область определения симметрична относительно начала координат и выполняется условие $f(x) = f(-x)$.

Свойство графика четной функции.

График чётной функции симметричен относительно оси ординат.

Определение. Функция $f(x)$ называется *нечётной*, если её область определения симметрична относительно начала координат и выполняется условие $f(-x) = -f(x)$.

Свойство графика нечетной функции.

График нечётной функции симметричен относительно начала координат.

Определение. Функция называется *общего вида*, если она не обладает свойствами чётности или нечётности.

Правило исследования функции на четность – нечетность

Чтобы исследовать функцию на четность или нечетность надо вместо переменной x в формулу подставить $(-x)$. Затем выражение упростить.

- Если получим первоначальную функцию, то эта функция является четной.

Пример: $f(x) = 2x^2 + 5$, подставим в формулу вместо переменной x $(-x)$.

$$f(-x) = 2(-x)^2 + 5 = 2x^2 + 5 = f(x). \text{ Следовательно, функция четная.}$$

- Если получим функцию противоположную первоначальной, то эта функция является нечетной.

Пример: $f(x) = 3x - x^3$ подставим в формулу вместо переменной x $(-x)$.

$$f(-x) = 3(-x) - (-x)^3 = -3x + x^3 = -(3x - x^3) = -f(x). \text{ Следовательно, функция нечетная.}$$

- Если полученная функция не совпадает с первоначальной и ей не противоположная, то эта функция общего вида.

Пример: $f(x) = \frac{3x-1}{x^2}$ подставим в формулу вместо переменной x $(-x)$.

$$f(-x) = \frac{3(-x)-1}{(-x)^2} = \frac{-3x-1}{x^2} = -\frac{3x+1}{x^2} \neq f(x) \neq -f(x)$$

Следовательно, функция общего вида.

Функции $y = f(x)$ и $y = g(x)$ являются обратными, если область определения функции $y = f(x)$ является областью значения функции $y = g(x)$ и наоборот область значений функции $y = f(x)$ является областью определения функции $y = g(x)$, т.е. $D(f) = E(g)$; $E(F) = D(g)$

Пример. Найти функцию, обратную функции $y = 2x - 3$.

Выразим переменную x через переменную y

$$-2x = -3 - y;$$

$$x = 1,5 + 0,5y.$$

Поменяем переменные x на y и наоборот y на x .

Получим функцию $y = 1,5 + 0,5x$, обратную данной функции $y = 2x - 3$.

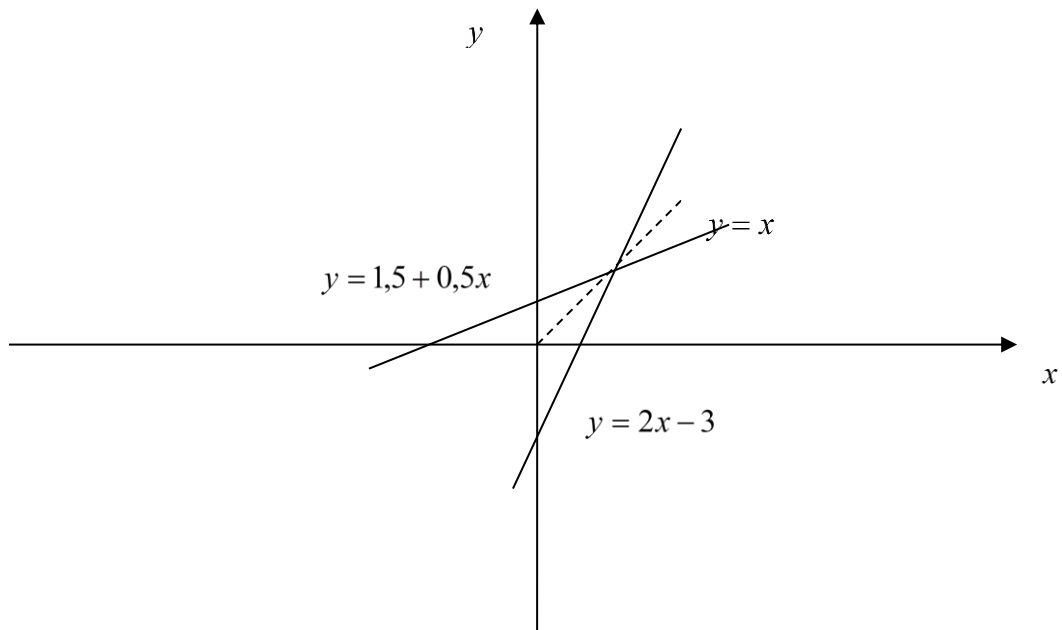
Графики взаимно обратных функций симметричны относительно прямой $y = x$.

Заполним таблицу для построения графика функции $y = 2x - 3$.

| | | |
|-----|----|---|
| x | 0 | 2 |
| y | -3 | 1 |

Таблицу, для построения графика обратной функции получим, если поменяем строки местами

| | | |
|-----|----|---|
| x | -3 | 1 |
| y | 0 | 2 |



Вариант 1

1. Найти область определения функции:

$$y = 4x^2 - 5$$

$$y = x^3 - 5$$

$$y = 3x^2 + 2x$$

$$y = \frac{12x - 4x^3}{3x^2 - x}$$

2. Проверить функцию на четность: а) $y = 5x + 3$, б) $y = x^3 + 4x^2$.

Вариант 2

1. Найти область определения функции:

$$y = 3x - 1$$

$$y = x + 8$$

$$y = x^2 + 3$$

$$y = \frac{2x - 4}{3x^2 - 5x}$$

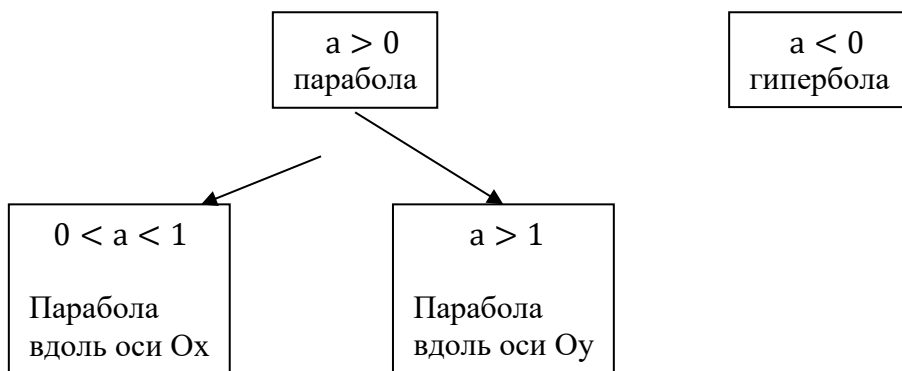
2. Проверить функцию на четность: а) $y = x^3 - 2x^2 + 1$, б) $y = 2x(3x^2 + 1)$.

Практическая работа №15.

Построение графиков степенных функций, чтение свойств.

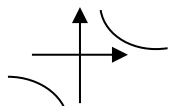
Цель: сформировать умение строить графики степенных функций и описывать их свойства.

Методические указания

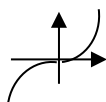


Примеры. Построить графики функций

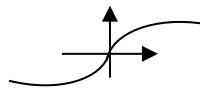
а) $y = x^{-3}$ гипербола, т.к. $a < 0$, график расположен в 1 и 3 четверти (показатель нечетный).



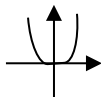
б) $y = x^5$, парабола, т.к. $a > 0$, расположенная вдоль оси Оу в 1 и 3 четверти (показатель нечетный).



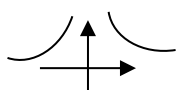
в) $y = x^{\frac{1}{5}}$, парабола, т.к. $a > 0$, расположенная вдоль оси Ох в 1 и 3 четверти (показатель нечетный)



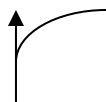
г) $y = x^4$, парабола, т.к. $a > 0$ расположенная вдоль оси Оу в 1 и 2 четверти (показатель четный)



д) $y = x^{-2}$, гипербола, т.к. $a < 0$, расположенная в 1 и 2 четверти (показатель четный)



е) $y = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$, парабола, т.к. $a > 0$ расположенная вдоль оси Ох в первой четверти ($D(f) = [0; +\infty)$)



Вариант 1

1. Найти область определения функции:

1. $y = \frac{2}{x-1}$

2. $y = 3x^8$

3. $y = x^3 - 8$

2. Изобразить эскиз графика функции:

1. $y = x^{-5}$

2. $y = 2x^6$

3. $\frac{2}{x}$

Вариант 2

1. Найти область определения функции:

1. $y = \frac{x-2}{2}$

2. $y = 2x^6$

3. $y = x^{-2}$

2. Изобразить эскиз графика функции:

1. $y = x^{-6}$

2. $y = 2x^5$

3. $y = \frac{1}{x}$

Практическая работа №16.

Построение графиков показательных функций, чтение свойств.

Цель: систематизировать знания по теме; развивать навык построения графиков функций.

Методические указания

I случай

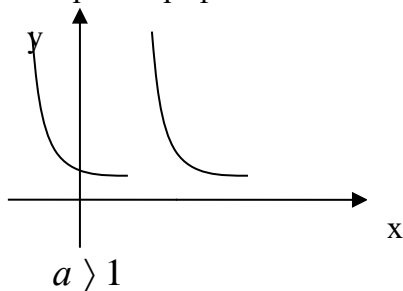
$0 < a < 1$

Пример 1. Построить график функции $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-3}$

Составим таблицу для функции $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

| | | | | | |
|---|----|----|---|-----|-----|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| y | 4 | 2 | 1 | 1/2 | 1/4 |

Построим график и сдвинем его вдоль оси Oх вправо на 3 единицы



II случай

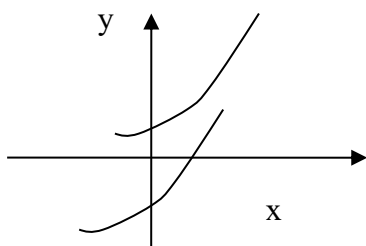
$a > 1$

Пример 2. Построить график функции $y = 2^{x+1} - 4$

Составим таблицу для функции $y = 2^x$

| | | | | | |
|---|-----|-----|---|---|---|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| y | 1/4 | 1/2 | 1 | 2 | 4 |

Построим график функции $y = 2^x$ и сдвинем его влево на 1 единицу и на 4 единицы вниз.



Вариант 1

Построить график функции и описать ее свойства:

1. Построить график функции: $y = 3^{x+2} + 1$
2. Построить график функции: $y = (x-2)^{-2} + 1$
3. Построить график функции: $y = 4^{x-1}$
4. Построить график функции: $y = \left(\frac{1}{5}\right)^{x+3} + 2$

Вариант 2

Построить график функции и описать ее свойства:

1. Построить график функции: $y = 4^{x-3} + 1$
2. Построить график функции: $y = x^{\frac{1}{2}} + 1$
3. Построить график функции: $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} - 1$
4. Построить график функции: $y = \left(\frac{1}{7}\right)^{x-3} - 4$

Практическая работа №17.

Построение графиков логарифмических функций, чтение свойств.

Цель: систематизировать знания по теме; развивать навык построения графиков функций.

Методические указания

I случай

$$0 < a < 1$$

Пример 1. Построить график функции $y = \log_{\frac{1}{2}} x + 1$.

Составим таблицу для графика функции $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

для этого составим таблицу для графика обратной функции $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ и поменяем значения переменной x со значениями переменной y местами.

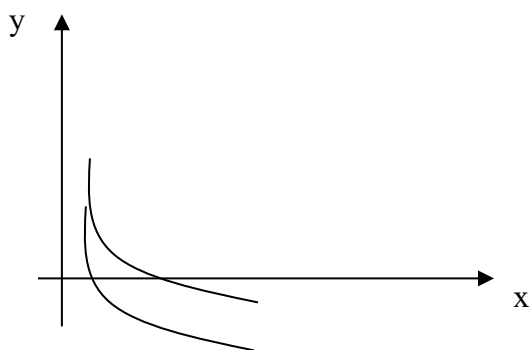
$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

$$y = \log_{\frac{1}{2}} x$$

| | | | | | |
|---|----|----|---|-----|-----|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| y | 4 | 2 | 1 | 1/2 | 1/4 |

| | | | | | |
|---|----|----|---|-----|-----|
| x | 4 | 2 | 1 | 1/2 | 1/4 |
| y | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |

Строим график функции $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ и сдвигаем его на 1 единицу вверх



II случай
 $a > 1$

Пример 2. Построить график функции $y = \log_2(1+x) - 3$.

Составим таблицу для графика функции $y = 2^x$, затем поменяем местами значения переменной x со значениями переменной y и получим таблицу для графика обратной функции $y = \log_2 x$.

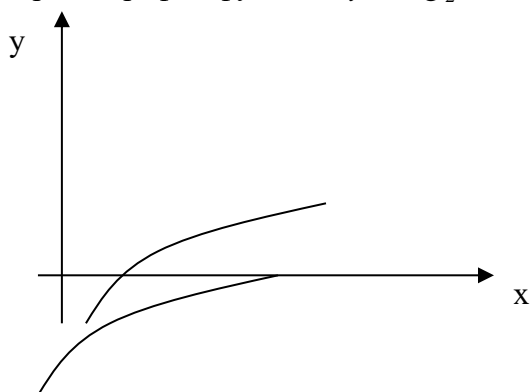
$y = 2^x$

| | | | | | |
|---|-----|-----|---|---|---|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| y | 1/4 | 1/2 | 1 | 2 | 4 |

$y = \log_2 x$

| | | | | | |
|---|-----|-----|---|---|---|
| x | 1/4 | 1/2 | 1 | 2 | 4 |
| y | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |

Построим график функции $y = \log_2 x$ и сдвинем его влево на 1, вниз на 3 единицы.



Вариант 1

Построить график функции и описать ее свойства:

1) $y = \log_3(x + 3) + 2$

2) $y = \log_4 x - 6$

Вариант 2

Построить график функции и описать ее свойства:

1) $y = \log_4(x + 2)$;

2) $y = \log_2(x - 3) - 1$

Практическая работа №18.

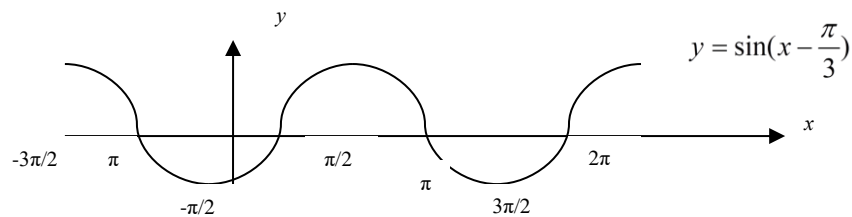
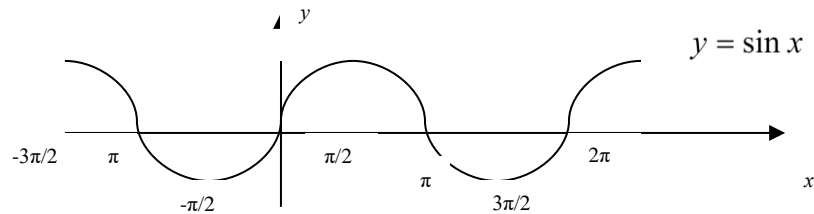
Построение графиков тригонометрических функций, чтение свойств.

Цель: сформировать умение строить графики тригонометрических функций с помощью геометрических преобразований.

Методические указания

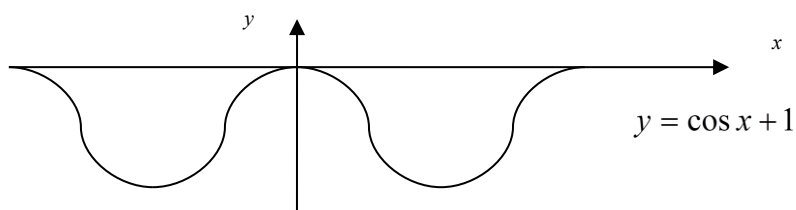
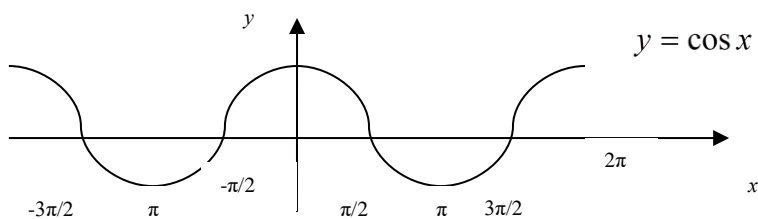
Пример1. Построить график функции $y = \sin(x - \frac{\pi}{3})$

Построим график основной функции $y = \sin x$ и сдвинем его вдоль оси Ox вправо на 2 клетки



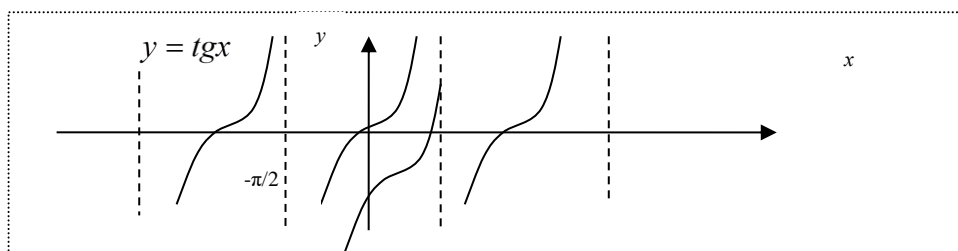
Пример 2. Построить график функции $y = \cos x + 1$.

Построим график основной функции $y = \cos x$, и сдвинем его вдоль оси Oy вверх на 2 клетки



Пример 3. Построить график функции $y = \operatorname{tg}(x - \frac{\pi}{6}) - 1$

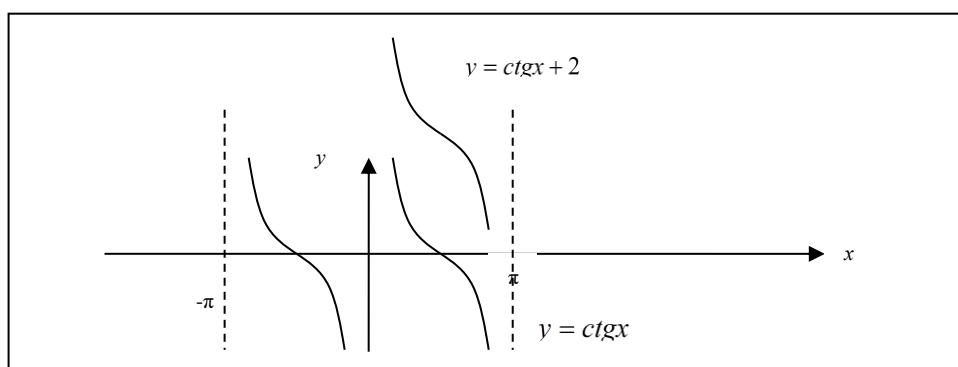
Построим график основной функции, $y = \operatorname{tg} x$ и сдвинем его вправо на 1 клетку, а вниз на 2 клетки



$$y = \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - 1$$

Пример 4. Построить график функции $y = \operatorname{ctgx} + 2$.

Построим график основной функции, $y = \operatorname{ctgx}$ и сдвинем его вверх на 4 клетки.



Вариант 1

1. Постройте график тригонометрической функции: $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$. Пользуясь графиком определите нули функции и промежутки убывания.
2. Не выполняя построения, установите, принадлежит ли графику функции $y = -\operatorname{ctg}\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ точка $M(0; -\sqrt{3})$.
3. Исследуйте функцию на четность:
 - а) $y = x^2 \sin 3x$; б) $y = |\operatorname{ctgx}| + \cos x$.

Вариант 2

1. Постройте график тригонометрической функции: $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$. Пользуясь графиком определите нули функции и промежутки убывания.

2. Не выполняя построения, установите, принадлежит ли графику функции

$$y = \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1 \text{ точка } M(\pi; 0).$$

3. Исследуйте функцию на четность:

а) $y = \frac{\sin 2x}{x^2}$; б) $y = \operatorname{tg}x + 3 + x^5$.

Практическая работа №19.

Решение задач по комбинаторике.

Цель: рассмотреть основные понятия теории комбинаторики.

Методические указания

Задача 1. Представьте, что перед вами на столе материализовалось яблоко, груша и банан (при наличии таковой ситуации можно смоделировать и реально).

Выкладываем фрукты слева направо в следующем порядке:

яблоко / груша / банан

Вопрос первый: сколькими способами их можно переставить?

Одна комбинация уже записана выше и с остальными проблем не возникает:

яблоко / банан / груша

груша / яблоко / банан

груша / банан / яблоко

банан / яблоко / груша

банан / груша / яблоко

Итого: 6 комбинаций или 6 перестановок.

Задача 2. Сколькими способами можно рассадить 5 человек за столом?

Решение: используем формулу количества перестановок:

$$P! = 5! = 120$$

Ответ: 120 способами

Задача 3. На трёх карточках написаны числа 3, 4, 5. Сколько различных двухзначных чисел можно из них составить?

$$A_3^2 = 3 \cdot 2 = 6$$

Задача 4. В классе 30 учащихся. Сколькими способами можно выделить для дежурства двух человек, если один из них должен быть старшим?

$$A_{30}^2 = 870.$$

Вариант 1

1. Сколькими способами можно из 6 человек составить комиссию, состоящую из двух человек?

2. В соревновании участвуют 10 человек. Сколькими способами могут распределиться между ними места?

3. Сколькими способами можно расставить на полке 4 различные книги?

4. Пять человек обменялись друг с другом фотографиями. Сколько всего фотографий было?

Вариант 2

1. Сколькими способами можно переставить 5 различных геометрических фигур?
2. Пять человек пожали друг другу руки. Сколько было рукопожатий?
3. Сколько флагов можно составить из трех разных цветов, если имеются полосы синего, белого, красного цветов?
4. В понедельник в пятом классе 5 уроков. Сколькими способами можно составить расписание на понедельник?

Информационные источники

Основные источники

1. Геометрия. 10-11 классы: учебник / Л.С. Атанасян [и др.].-3-е изд. Москва: Просвещение, 2016.- 255 с. – ISBN: 978-5-09-037761-4. Текст: непосредственный.
2. Дадаян, А. А. Математика: учебник / А.А. Дадаян. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва: ИНФРА-М, 2019. — 544 с. — ISBN 978-5-16-102338-9. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1006658> (дата обращения: 07.06.2020).
3. Мордкович, А.Г. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: В 2 ч. Ч. 1. Учебник / А.Г. Мордкович, П.В. Семенов.- 3-е изд., стер. - Москва: Мнемозина, 2016.-311 с. – ISBN:978-5-346-03645-6. - Текст: непосредственный.

Дополнительные источники

1. Дадаян, А. А. Сборник задач по математике: учебное пособие/Дадаян А. А., 3-е изд. - Москва: Форум, ИНФРА-М, 2018. - 352 с. - ISBN 978-5-91134-803-8. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/970454> (дата обращения: 07.06.2020).
2. Мордкович А.Г. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: В 2 ч. Ч. 2. Задачник / А.Г. Мордкович [и др.]; под ред. А.Г. Мордковича.- 4-е изд., стер.- Москва: Мнемозина, 2016.-264 с. - ISBN: Текст: непосредственный.

Интернет-ресурсы

1. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов: сайт – URL: www.fcior.edu.ru (дата обращения: 07.06.2020). - Текст: электронный.
2. Единая коллекции цифровых образовательных ресурсов: сайт – URL: www.school-collection.edu.ru (дата обращения: 07.06.2020). - Текст: электронный.
3. Электронная библиотечная система Znanium.com: сайт. -URL: <http://znanium.com> (дата обращения: 10.06.2020).-Текст: электронный.
4. Электронная библиотечная система Юрайт: сайт. - URL: <https://biblio-online.ru> (дата обращения: 10.06.2020).-Текст: электронный.